Dokumentation der summativen Beurteilung

Mathematik

Beurteilungsgegenstand: PRODUKT

Zyklus 2: 6. Schuljahr: QUADRATZAHLEN

Den SuS wird diese Tabelle mit Quadratzahlberechnungen vorgelegt.
Darin fehlen vier Quadratzahlen. Zudem sind einige Gesetzmässigkeiten mit roten, grünen und blauen Pfeilen markiert.

1·1	2·2	3·3	4·4	5·5	6·6	7·7	8·8	9·9	10·10
1	**4**	**9**	**16**	**25**	**36**	**49**	**64**	**81**	**100**
11·11	12·12	13·13	14·14	15·15	16·16	17·17	18·18	19·19	20·20
121	**144**	———	**196**	**225**	**256**	**289**	———	**361**	**400**
21·21	22·22	23·23	24·24	25·25	26·26	27·27	28·28	29·29	30·30
441	**484**	———	**576**	———	**676**	**729**	**784**	**841**	**900**

(Für Hinweise zu den fachlichen Grundlagen der Aufgabe siehe Anhang)

Aufgabe

A Bestimme die vier fehlenden Quadratzahlen, suche und beschreibe Gesetzmässigkeiten.

B Begründe die Gesetzmässigkeiten.

C Beschreibe Möglichkeiten wie man 18·18 berechnen kann, wenn man die Quadratzahlen in den umliegenden Feldern kennt (17·17 und 19·19, aber auch 8·8, 28·28 und 9·9). Funktioniert das auch mit andern Quadratzahlen?

Hinweis zur Bewertung

Bewertung nach Kriterien mit einer Viererabstufung (ungenügend, genügend, gut, sehr gut)

Das Produkt wird nach den vier Kriterien mit «ungenügend», «genügend», «gut», «sehr gut» eingeschätzt.
Ausgehend von den einzelnen Kriterieneinschätzungen wird eine Produktbewertung mit «ungenügend», «genügend», «gut», «sehr gut» vorgenommen.

Bewertungskriterien

	Nicht genügend	Genügend	Gut	Sehr gut
Die Tabelle vervollständigen und fehlende Quadratzahlen richtig berechnen				
Gesetzmässigkeiten beschreiben				
Gesetzmässigkeiten begründen				
Möglichkeiten zum Berechnen von 18·18 aufzeigen, indem andere bekannte Quadratzahlen genutzt werden				
Bewertung				
Note				

Eintrag in der **Dokumentation der Bewertung**

		Fokussierte Handlungsaspekte[1]			
Datum	**Produkt**	O&B	E&A	M&D	**Prädikat/Note/verbal**
....	Quadratzahlen	X	X		Prädikat

Beurteilungsgegenstand: LERNKONTROLLE

Zyklus 3: 7. Schuljahr: OPERIEREN MIT BRÜCHEN

Aufgaben für die Lernkontrolle werden dem mathbuch 1 | LU 17 | Begleitband (online-Angebot) | Lernzielkontrolle (Grundansprüche) bzw. Lernzielkontrolle (erweiterte Ansprüche) entnommen. Die Bewertung erfolgt mit einem Prädikat oder mit einer Note.
Mit dieser Lernzielkontrolle werden diese beiden Kompetenzen überprüft:
» Die vier Grundoperationen mit Brüchen an Modellen verstehen und nachvollziehen.
» Grundoperationen mit Brüchen mehrheitlich mit den Nennern 2, 3, 4, 5, 6, 8 ausführen.

Eintrag in der **Dokumentation der summativen Beurteilung**

		Fokussierte Aspekte [1]			
Datum	**Lernprozess**	O&B	E&A	M&D	**Prädikat/Note/verbal**
....	Operieren mit Brüchen	X		X	Prädikat

Bei der Bewertung von Lernkontrollen stehen Kompetenzen zum Erforschen & Argumentieren meistens nicht im Fokus.
Ergebnisse von Trainingsphasen zu Fertigkeiten/Routinen (z. B. Blitzrechnen, Kopfrechentraining) werden nicht bewertet.

Beurteilungsgegenstand: LERNPROZESSE

Zyklus 2: 4. Schuljahr: ANLEITUNGEN ZU MATHEMATISCHEN VORGEHENSWEISEN SCHREIBEN

Eine summative Beurteilung eines Lernprozesses im Fachbereich Mathematik bezieht sich auf ein Produkt, das über einen längeren Zeitraum entstanden ist.

Die Schülerinnen und Schüler könnten im Verlaufe von zwei, drei Monaten aufgefordert werden, insgesamt drei Anleitungen zu verschiedenen mathematischen Vorgehensweisen zu schreiben, die sodann andere Schülerinnen und Schüler zur Ausführung eben dieser Vorgehensweisen verwenden.

Dem Schreiben einer Anleitung geht Mathematikunterricht voran, in dem die Schülerinnen und Schüler sich mit dem jeweiligen Inhalt beschäftigt und diesen erworben haben. Auch ist zu beachten, dass der Auftrag zum Beschreiben der jeweiligen Vorgehensweise den Schülerinnen und Schülern allenfalls mit einem Beispiel zu erläutern ist.

Im Zeitraum März bis Mai im 4. Schuljahr könnten Anleitungen zu diesen drei Vorgehensweisen verfasst werden:

1) Beschreibe die Vorgehensweisen bzw. Strategien zum flexiblen Rechnen mit gerundeten Zahlen bis zu einer Million. Begründe, warum deine Vorgehensweisen zu richtigen Ergebnissen führen.
   Beispielsweise zu diesen Aufgaben:
   $16\,980 + 4220$ | $32\,475 - 1 > 980$ | $19 \cdot 41$ | $320\,000 - 190\,000$ | $61 \cdot 9$ | $541 + 548$ |
2) Beschreibe das Vorgehen beim Vergrössern und beim Verkleinern. Bestimme zwei Objekte und ihre Länge in Wirklichkeit. Bestimme einen realistischen Massstab, so dass ein Gegenstand in seiner Länge auf einem A4-Blatt gezeichnet werden kann. Beschreibe wie du die Länge des zu zeichnenden Gegenstandes berechnest.
   Beschreibe auch das Vorgehen zur Berechnung der wirklichen Grössen ausgehend von einem modellartigen, gezeichneten Gegenstand. Bestimme auch dafür einen Massstab.
   (Die Beschreibung dieses Vorgehens bezieht sich auf das Zahlenbuch 4, S. 72–73 «Vergrössern und Verkleinern».)
3) Beschreibe zwei mögliche Vorgehensweisen damit die folgende Aufgabe gelöst werden kann: «An einem Sommertag werden in einem Gehege 12 Tiere gezählt. Es sind Zwergziegen und Enten. Zusammen haben sie 48 Beine. Wie viele Zwergziegen und wie viele Enten können im Gehege sein?» Beschreibe auch, welche der beiden Vorgehensweise dir besser erscheint. Begründe deine Wahl.
   (Die Beschreibung dieses Vorgehens bezieht sich auf das Zahlenbuch 4, S. 74–75 «Überlegen und Ausprobieren».)

   Jede Anleitung wird von der Lehrperson begutachtet und mit Förderhinweisen dazu wie die Anleitungen inhaltlich klarer und verständlicher formuliert werden können, den Schülerinnen und Schülern zurück gegeben. Ergänzend oder alternativ können andere Schülerinnen und Schülern zu den Anleitungen Rückmeldungen erteilen.

Alle drei Anleitungen, die beispielsweise in ein Merkheft eingetragen werden können, werden sodann als ein Produkt angesehen und nach diesen Kriterien bewertet:

Bewertungskriterien

	–	+
Du hast das Gelernte mit eigenen Worten fachlich richtig dargestellt. (Gelerntes darstellen – Gd)		
Du hast deine Erkenntnisse zur Sache beschrieben. *(Lernprozess reflektieren – Lr)*		
Du hast Folgerungen für das weitere Lernen formuliert. *(Lernprozess reflektieren – Lr)*		
Du hast die Förderhinweise der Lehrperson genutzt. *(Förderhinweise nutzen – Fn)*		
Bewertung		
Prädikat/Note		

Eintrag in der **Dokumentation der summativen Beurteilung**

		Fokussierte Aspekte[2]					
Datum	**Lernprozesse**	Lr	Gd	Fn	Sv	Sa	Prädikat/Note/verbal
....	Anleitungen zu mathematischen Vorgehensweisen schreiben	X	X	X			Prädikat

Fachliche Grundlage zur Aufgabe «QUADRATZAHLEN»

Gesetzmässigkeiten zwischen Quadratzahlen sind in der Tabelle verdeutlicht und nachfolgend einzeln beschrieben sowie begründet

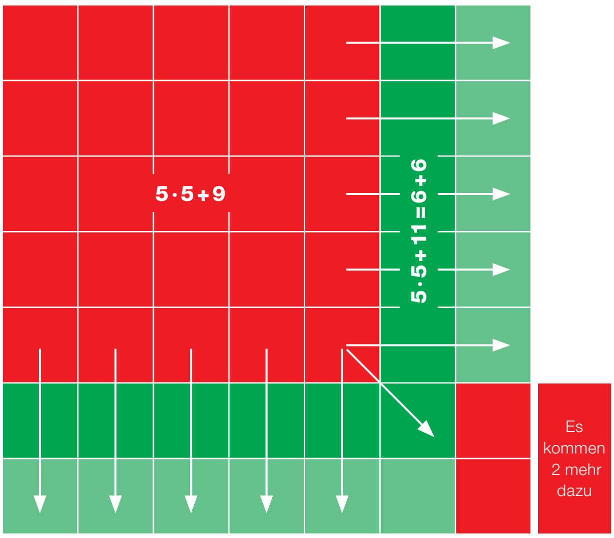
1·1 1 +3	2·2 +2 4 +5	3·3 +2 9 +7	4·4 +2 16 +9	5·5 +2 25 +11	6·6 36 +13	7·7 49 +15	8·8 64 +17	9·9 81 +19	10·10 100
11·11 121 +23	+20 12·12 144 +25	13·13 169 +27	14·14 196 +29	15·15 225 +31	16·16 256 +33	17·17 289 +35	18·18 324 +37	19·19 361 +39	+20 20·20 400
21·21 441 +43	+20 22·22 484 +45	23·23 529 +47	24·24 576 +49	25·25 625 +51	26·26 676 +53	27·27 729 +55	28·28 784 +57	29·29 841 +59	+20 30·30 900

1·1 1	2·2 4	3·3 9	4·4 +4+5 16	5·5 25	6·6 36 +13	7·7 49	8·8 64	9·9 +4·9 81	10·10 100
+120 11·11 121	+140 12·12 +12+13 144	13·13 169	14·14 196	15·15 225	16·16 256 +33	17·17 289	18·18 324	19·19 361	20·20 400
+320 21·21 21+22 441	22·22 22+23 484 immer 4 im Einer	23·23 +380 529	24·24 576	25·25 +4·25=100 625	26·26 676 +53 immer 6 im Einer	27·27 729	28·28 +4·28=112 784	29·29 841	30·30 900

Abbildung: Verdeutlichung von Gesetzmässigkeiten in der Tabelle mit den Quadratzahlen

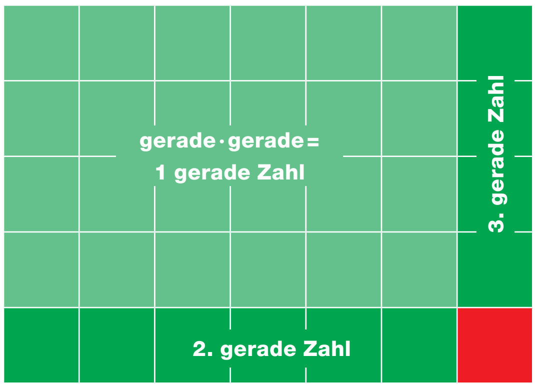
» Die Differenzen zwischen den Quadratzahlen erhöhen sich immer um die nächste ungerade Zahl.

Geometrische Begründung:



» Gerade Faktoren ergeben gerade Quadratzahlen, ungerade Faktoren ergeben ungerade Quadratzahlen.

Begründung: Gerade Zahlen sind Vielfache von 2. Werden gerade Zahlen vervielfacht, ist das Vielfache immer noch in der 2er-Reihe.

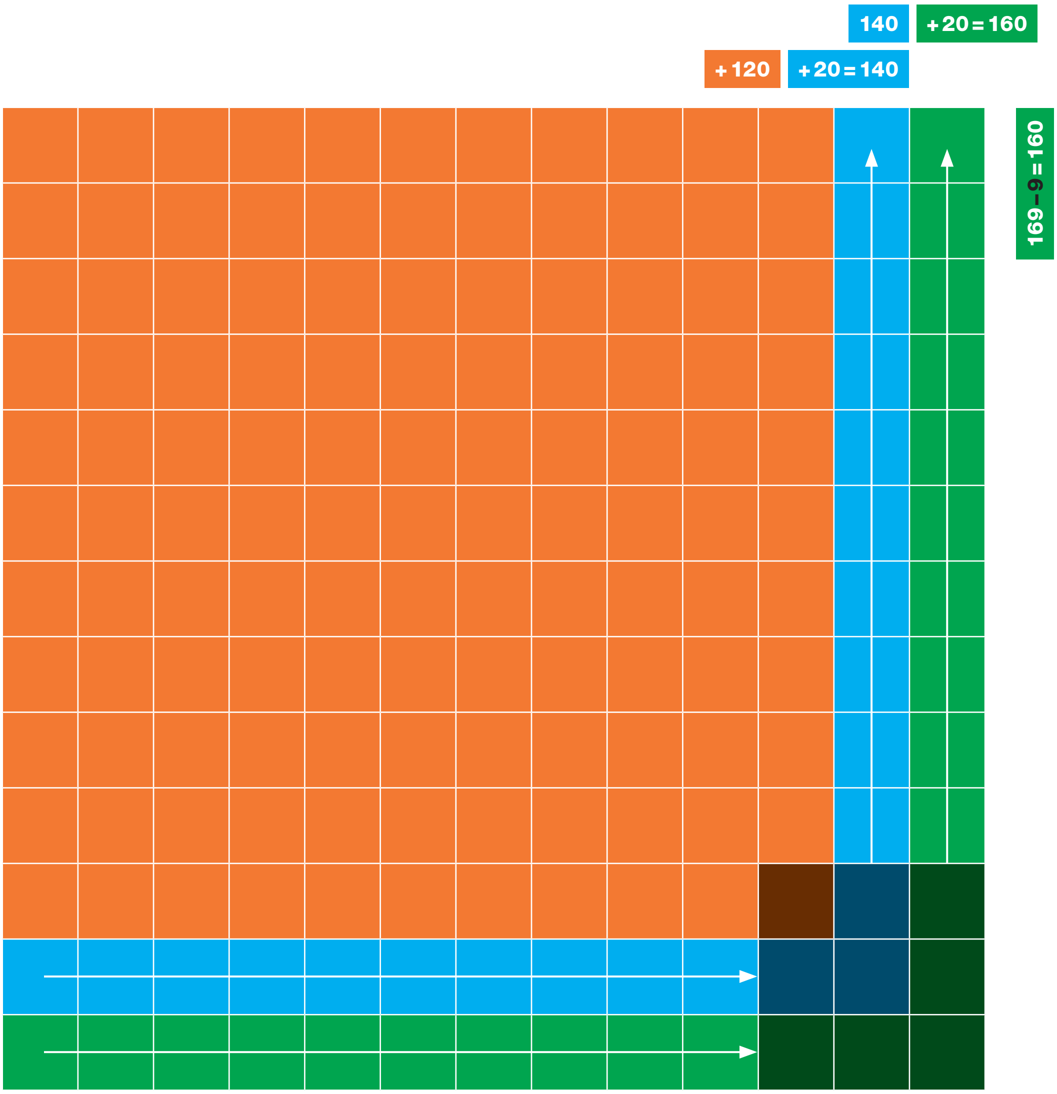


Ungerade · ungerade kann mit dem Malkreuz in 4 Summanden zerlegt werden: 3 gerade und die 1
Die Summe ist daher immer ungerade

» Quadratzahlen in den einzelnen Spalten haben immer den gleichen Einer.

Beispielhafte Begründung mit dem Malkreuz:
$2 \cdot 2 = 4$
$12 \cdot 12 = 100 + 20 + 20 + 4$; $22 \cdot 22 = 400 + 40 + 40 + 4$. $32 \cdot 32 = 900 + 60 + 60 + 4$.
Alle Summanden ausser der letzte Summand sind immer Vielfache von 10. Daher bleibt der Einer immer gleich gross.

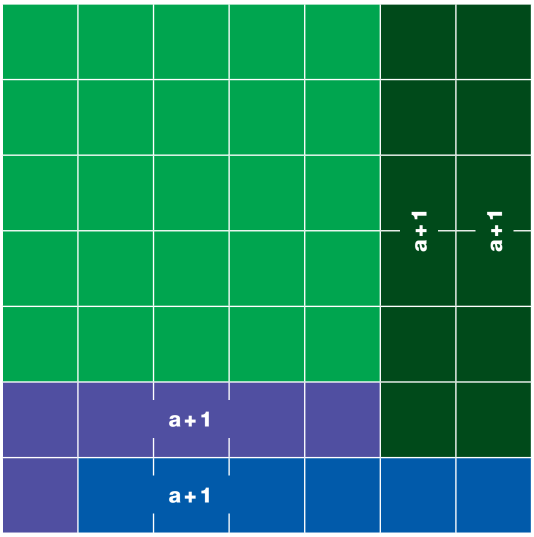
» Differenzen zwischen Quadratzahlen bis $10 \cdot 10$ und Quadratzahlen von $11 \cdot 11 = 121$ bis $20 \cdot 20 = 400$ erhöhen sich stets um 120, 140, 160, 180, …
Beispielhafte Begründung: $(12 \cdot 12 - 2 \cdot 2) - (11 \cdot 11 - 1 \cdot 1) = 20$



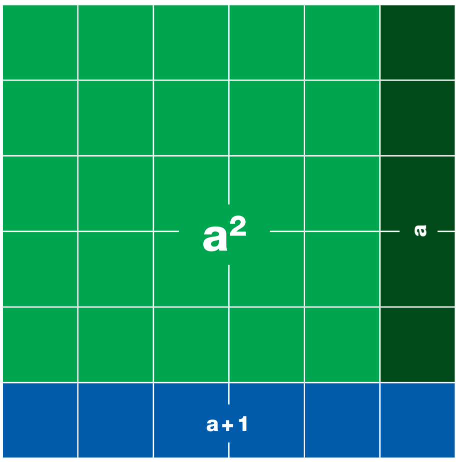
» Differenz zwischen Quadratzahlen zwischen 100 und 400 und Quadratzahlen zwischen 400 und 900 erhöhen sich stets um 320, 340, 360, 380, …

Analoge Begründung zur Skizze von oben. Oder algebraisch: $(20+a)^2-(10+a)^2=400+40a+a^2-(100+20a+a^2)=300+20a$. Da a immer um 1 grösser wird, vergrössert sich die Differenz immer um 1

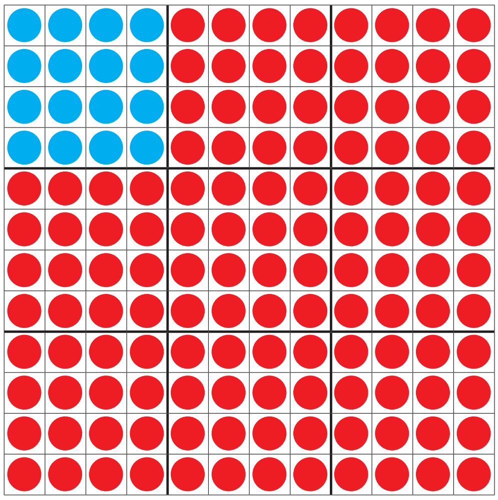
» Eine Quadratzahl plus 4 mal die nächste Quadratzahl ergibt die übernächste Quadratzahl.
Beispiel: $27 \cdot 27=729$, $29 \cdot 29 = 841 \rightarrow 729+(4 \cdot 28)=841$
Algebraische Begründung: $a^2+4(a+1)=a^2+4a+4=(a+2)^2$
Geometrische Begründung:



» Zwei benachbarte Quadratzahlen unterscheiden sich um die Summe der beiden Zahlen.
Beispiel: $6 \cdot 6=36$ bzw. $7 \cdot 7=49 \rightarrow 36+6+7=49$
Algebraische Begründung: $a^2+a+a+1=a^2+2a+1=(a+1)^2$
Geometrische Begründung:



» Viele Quadratzahlen sind teiler von anderen Quadratzahlen (nämlich dann, wenn eine Zahl Teiler der anderen Zahl ist.)
Beispielhafte Begründung: $4 \cdot 4 = 16$ | $16 \cdot 9=144=12 \cdot 12$
Geometrische Begründung:



» Eine Quadratzahl plus ein Faktor, mit dem sie gebildet wird, plus ein Faktor, mit dem die nächste Quadratzahl gebildet wird, ergibt die nächste Quadratzahl.
Beispielhafte Begründung: $6 \cdot 6 = 36$ bzw. $7 \cdot 7=49 \rightarrow 36+6+7=49$

Möglichkeiten zum Berechnen von 18 · 18, wenn man die Quadratzahlen in den umliegenden Feldern kennt (17 · 17 und 19 · 19, aber auch 8 · 8, 28 · 28 und 9 · 9) – 18 · 18 = 324

» Ausgehend von $17 \cdot 17=289$
$289+35 = 324 \rightarrow$ Die nächste ungerade Zahl zum Produkt von $17 \cdot 17$ addieren

» Ausgehend von $19 \cdot 19=361$
$289-37=324 \rightarrow$ Die ungerade Zahl zum Produkt von $19 \cdot 19$ subtrahieren

» Ausgehend von $8 \cdot 8=64$
$64+260 = 324 \rightarrow$ Die Differenz zwischen der ersten und der zweiten Zeile ausgehend von 120 (Differenz zwischen $1 \cdot 1=1$ uns $11 \cdot 11=121$), dann 140, 160, 180, 200, 220, 240, 260 zu 64 $(8 \cdot 8)$ addieren

» Ausgehend von $28 \cdot 28 = 784$
$784-460=324 \rightarrow$ Die Differenz zwischen der zweiten und der dritten Zeile ausgehend von 320 (Differenz zwischen $11 \cdot 11=121$ uns $21 \cdot 21=441$), dann 340, 360, 380, 400, 420, 440, 460 von 784 $(28 \cdot 28)$ subtrahieren

» Ausgehend von $256=16 \cdot 16$
$256+(4 \cdot 17)=324 \rightarrow$ Eine Quadratzahl addiert mit dem Vierfachen der Faktoren der nächsten Quadratzahl ergibt die übernächste Quadratzahl.

» Ausgehend von $9 \cdot 9=81$
81 verdoppeln $\rightarrow$ 162, dann nochmals verdoppeln $\rightarrow$ 324 – weil bei $18 \cdot 18$ beide Faktoren gegenüber $9 \cdot 9$ verdoppelt wurden.