



Kanton Bern
Canton de Berne

Kontrollprüfung

Referenzrahmen Mathematik

2025

Der Referenzrahmen umfasst drei Teile:

- I Hinweise
- II Kompetenzbeschreibungen für die Kontrollprüfung
- III Beispielaufgaben zur Illustration der Kompetenzbeschreibungen

Herausgeberin und Copyright:

Bildungs- und Kulturdirektion des Kantons Bern

I Hinweise

Grundlage des Referenzrahmens

Die Grundlage des Referenzrahmens ist der Lehrplan 21 Fachbereichslehrplan Mathematik. Dabei sind insbesondere die Matrix des Fachbereichslehrplans mit den drei Kompetenzbereichen und den drei Handlungsaspekten (vgl. Tabelle 1, Seite 4) sowie die dazu gehörenden Ausführungen zu beachten (vgl. Kompetenzbeschreibungen für die Kontrollprüfung, Seiten 5 bis 7).

Zu beachten sind aber auch die Kompetenzstufen und der Grundanspruch zu den einzelnen Kompetenzen. Der Grundanspruch ist jeweils zum Ende von Zyklus 2 (6. Schuljahr) bestimmt. Dieser ist grau unterlegt. Im Verständnis des Lehrplans 21 sind alle vorangehenden Kompetenzstufen Teil des Grundanspruchs.

Die Kompetenzbeschreibungen für die Kontrollprüfung (Kapitel II)

Die Kompetenzbeschreibungen bilden den Referenzrahmen. Sie sind bestimmt durch die Grundansprüche und die vorangehenden Kompetenzstufen. *Diese sind gemäss Fachbereichslehrplan Mathematik integraler Bestandteil der Grundansprüche und somit des Referenzrahmens.* Bei jenen Kompetenzbeschreibungen, die sich nicht explizit auf einen im Lehrplan grau unterlegten Grundanspruch beziehen, sind die vorangehenden Kompetenzstufen dennoch Bestandteil der Kontrollprüfung.

Die Gliederung des Referenzrahmens

Die Kompetenzbeschreibungen sind entsprechend der Struktur des Fachbereichslehrplans gegliedert.

1. Zahl und Variable

- A) Operieren und Benennen
- B) Erforschen und Argumentieren
- C) Mathematisieren und Darstellen

2. Form und Raum

- A) Operieren und Benennen
- B) Erforschen und Argumentieren
- C) Mathematisieren und Darstellen

3. Grössen, Funktionen, Daten und Zufall

- A) Operieren und Benennen
- B) Erforschen und Argumentieren
- C) Mathematisieren und Darstellen

Aufgaben für die Kontrollprüfung

Die Aufgaben werden aufgrund der Kompetenzbeschreibungen im Lehrplan erstellt. Sie beziehen sich auf die Grundansprüche und die vorangehenden Kompetenzstufen. (vgl. Kompetenzbeschreibungen für die Kontrollprüfung, Seiten 5 bis 7). Das Lösen der Aufgaben erfordert keine elektronischen Hilfsmittel. Schriftliche Rechenverfahren werden nicht vorausgesetzt, wohl aber halbschriftliche Verfahren. Es werden Aufgaben zu sechs verschiedenen Themen gestellt, welche zusammen die Matrix des Lehrplans ausgewogen abdecken. Pro Thema werden 16 oder 17 Punkte vergeben (total 100 Punkte).

Beispielaufgaben (Kapitel III)

Die Beispielaufgaben dienen zur Illustration und Konkretisierung der Kompetenzbeschreibungen bzw. der Kompetenzstufen des Fachbereichslehrplans 21 Mathematik. Sie verdeutlichen das Verständnis des Fachbereichslehrplans Mathematik, das für die Entwicklung der Prüfungsaufgaben richtungsweisend ist. Die Beispielaufgaben zeigen ein Spektrum möglicher Prüfungsaufgaben. Zu jedem der neun Bereiche der Matrix wird eine Beispielaufgabe dargelegt. Die Beispielaufgaben enthalten unterschiedliche Schwierigkeitsgrade. Diese sind weiter unten mit «eher einfach» bzw. «eher anspruchsvoll» gekennzeichnet.

		Kompetenzbereiche		
		Zahl und Variable	Form und Raum	Grössen, Funktionen, Daten und Zufall
Handlungsaspekte	Operieren und Benennen			
	Erforschen und Argumentieren			
	Mathematisieren und Darstellen			

Tabelle 1: Die Kompetenzbereiche und Handlungsaspekte im Überblick

II Kompetenzbeschreibungen für die Kontrollprüfung

1. Zahl und Variable

A) Operieren und Benennen

Die Schülerinnen und Schüler ...

- | | |
|-------|--|
| Z&V 1 | ... verstehen und verwenden die Begriffe Bruch, Teiler, Vielfache, Zähler, Nenner, überschlagen, runden. |
| Z&V 2 | ... können von beliebigen Dezimalzahlen aus in angemessenen Schritten vorwärts und rückwärts zählen. |
| Z&V 3 | ... können Dezimalzahlen und Brüche lesen und schreiben sowie nach der Grösse ordnen (Brüche mit den Nennern 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 20, 50, 100). |
| Z&V 4 | ... können Grundoperationen mit natürlichen Zahlen überschlagen. |
| Z&V 5 | ... können Dezimalzahlen bis 5 Wertziffern addieren und subtrahieren (im Kopf oder mit Notieren eigener Rechenwege) sowie runden. |
| Z&V 6 | ... können Brüche mit den Nennern 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, am Rechteckmodell addieren und subtrahieren. |

B) Erforschen und Argumentieren

Die Schülerinnen und Schüler ...

- | | |
|-------|---|
| Z&V 7 | ... können heuristische Strategien verwenden: ausprobieren, Beispiele suchen, Analogien bilden, Regelmässigkeiten untersuchen, Annahmen treffen, Vermutungen formulieren. |
| Z&V 8 | ... können systematische Aufgabenfolgen bilden, weiterführen, verändern und beschreiben. |
| Z&V 9 | ... können Ergebnisse zu Grundoperationen durch Vereinfachen, Zerlegen und Umkehroperationen überprüfen. |

C) Mathematisieren und Darstellen

Die Schülerinnen und Schüler ...

- | | |
|--------|---|
| Z&V 10 | ... können Rechenwege zu Grundoperationen mit Dezimalzahlen darstellen und nachvollziehen. |
| Z&V 11 | ... können Gesetzmässigkeiten im Bereich der natürlichen Zahlen mit Beispielen konkretisieren. |
| Z&V 12 | ... können Brüche mit den Nennern 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10 darstellen und vergleichen sowie Darstellungen interpretieren. |
| Z&V 13 | ... können Zahlenfolgen mit positiven rationalen Zahlen beschreiben. |

2. Form und Raum

A) Operieren und Benennen

Die Schülerinnen und Schüler ...

-
- F&R 1 ... verstehen und verwenden die Begriffe Seite, Diagonale, Durchmesser, Radius, Flächeninhalt, Mittelpunkt, Linie, Raster, Symmetrie, Achsenspiegelung, Umfang, Winkel, rechtwinklig, Verschiebung.
-
- F&R 2 ... können reale Körper verschieben, kippen, drehen und erkennen entsprechende Abbildungen.
-
- F&R 3 ... können den Umfang von Vielecken messen und berechnen sowie Flächeninhalte von Quadraten und Rechtecken berechnen.
-
- F&R 4 ... können Quader aus einer gegebenen Anzahl Würfeln bilden und Quader in eine bestimmte Anzahl Quader zerlegen.
-

B) Erforschen und Argumentieren

Die Schülerinnen und Schüler ...

-
- F&R 5 ... können Strecken an Figuren systematisch variieren, Auswirkungen erforschen, Vermutungen formulieren.
-
- F&R 6 ... können Aussagen zu geometrischen Beziehungen im Dreieck, Viereck und Kreis überprüfen.
-

C) Mathematisieren und Darstellen

Die Schülerinnen und Schüler ...

-
- F&R 7 ... können aus Quadraten und Rechtecken Würfel und Quader herstellen und umgekehrt das Netz von Würfeln und Quadern durch Abwickeln zeichnen.¹
-
- F&R 8 ... können mit Rastern, Zirkel und Geodreieck zeichnen (z. B. parallele Linien, rechte Winkel, rechtwinklige Dreiecke, Quadrate und Rechtecke).
-
- F&R 9 ... können Körper in der Vorstellung zerlegen und zusammenfügen sowie Operationen am Modell ausführen und Ergebnisse beschreiben.
-
- F&R 10 ... können zu Koordinaten Figuren zeichnen sowie die Koordinaten zu Punkten bestimmen.
-

¹ «Abwicklung zeichnen» ist in der Weiterentwicklung des Schweizer Zahlenbuches 5, Ausgabe 2017 aufgenommen, jedoch noch nicht in der Version von 2009.

3. Grössen, Funktionen, Daten und Zufall

A) Operieren und Benennen

Die Schülerinnen und Schüler ...

GFDZ 1 ... verstehen und verwenden die Begriffe Proportionalität, Flächeninhalt, Volumen, Inhalt, Mittelwert, Kreisdiagramm, Säulendiagramm, Liniendiagramm, Daten, Häufigkeit, Zufall.

GFDZ 2 ... können sich an Referenzgrössen orientieren (1 m^2 , 1 dm^2 , 1 cm^2 , 1 mm^2).

GFDZ 3 ... können Masseinheiten benennen und deren Abkürzungen verwenden: Flächenmasse (km^2 , m^2 , dm^2 , cm^2 , mm^2), Zeit (d, h, min, s).

GFDZ 4 ... können Grössen (Geld, Längen, Gewicht bzw. Masse, Zeit) schätzen, bestimmen, vergleichen, runden, mit ihnen rechnen, in benachbarte Masseinheiten umwandeln und in zweifach benannten Einheiten schreiben.

GFDZ 5 ... können funktionale Zusammenhänge in Wertetabellen erfassen und mit proportionalen Beziehungen rechnen.

B) Erforschen und Argumentieren

Die Schülerinnen und Schüler ...

GFDZ 6 ... können zu Beziehungen zwischen Grössen Fragen formulieren, erforschen und funktionale Zusammenhänge überprüfen.

GFDZ 7 ... können auszählbare Kombinationen und Permutationen erforschen, Beobachtungen festhalten und Aussagen überprüfen.

C) Mathematisieren und Darstellen

Die Schülerinnen und Schüler ...

GFDZ 8 ... können Datensätze nach Kriterien auswerten und in Datensätzen Mittelwert, Maximum und Minimum bestimmen.

GFDZ 9 ... erkennen in Sachsituationen Proportionalitäten.

GFDZ 10 ... können Informationen aus Sachtexten, Tabellen, Diagrammen und Bildern aus den Medien verarbeiten.

GFDZ 11 ... können zu einer proportionalen Wertetabelle Zusammenhänge beschreiben.

III Beispielaufgaben zur Illustrationen der Kompetenzbeschreibungen

1. Zahl und Variable

A) Operieren und Benennen

Eher einfach

Ordne die Zahlen der Grösse nach. Beginne mit der kleinsten Zahl.

0,4 $\frac{1}{4}$ 0,5 $\frac{1}{5}$

Eher anspruchsvoll

Ordne die Zahlen der Grösse nach. Beginne mit der kleinsten Zahl.

$\frac{1}{2}$ 0,2 $\frac{1}{4}$ 0,4

Setze dann immer zwischen 2 Zahlen eine weitere Zahl, die in die Reihenfolge passt. Eine der eingesetzten Zahlen soll ein Bruch sein.

B) Erforschen und Argumentieren

Eher einfach

1 • 2, 2 • 3, 3 • 4, 4 • 5,

Führe die Reihe um 3 Rechnungen weiter.

Was fällt dir bei den Resultaten dieser Multiplikationen auf? Nenne 2 Dinge.

Eher anspruchsvoll

1 • 3, 2 • 4, 3 • 5, 4 • 6,

Führe die Reihe um 3 Rechnungen weiter.

Was fällt dir bei den Resultaten dieser Multiplikationen auf? Nenne 2 Dinge.

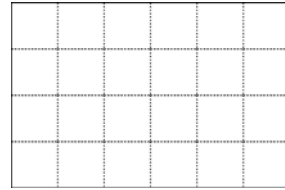
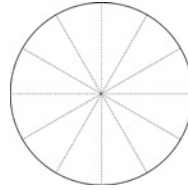
Die Resultate von 2 Rechnungen aus dieser Reihe liegen 25 auseinander.

Wie heissen die beiden Rechnungen?

C) Mathematisieren und Darstellen

Eher einfach

3 Brüche: $\frac{3}{4}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{5}{6}$



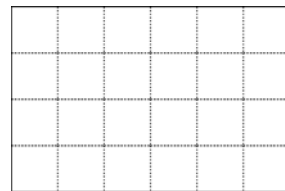
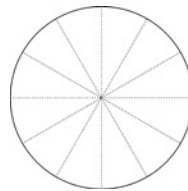
Stelle den grössten dieser Brüche im Kreismodell dar.

Stelle den kleinsten dieser Brüche im Rechtecksmodell dar.

Eher anspruchsvoll

Mit den Ziffern 2, 3, 4 und 6 als Zähler und Nenner kannst du verschiedene Brüche bilden.

Der Zähler soll immer kleiner sein als der Nenner.



Stelle den kleinsten dieser Brüche im Kreismodell dar.

Stelle den grössten dieser Brüche im Rechtecksmodell dar.

2. Form und Raum

A) Operieren und Benennen

Eher einfach

Der Quader (Fig. 1) wird halbiert in 2 Teilquader (Fig. 2).
Diese werden zu einem neuen Quader zusammengesetzt. (Fig. 3)

Der neue Quader hat die Masse 8cm, 20cm, 6cm.

Suche andere Möglichkeiten, diesen Quader in 2 Teilquader zu zerlegen und diese wieder zu einem Quader zusammenzusetzen.

Welche Masse kann der neue Quader haben?

Du musst nichts zeichnen, aber du darfst.

Fig. 1

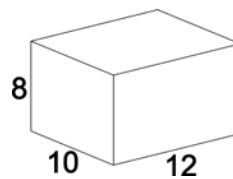
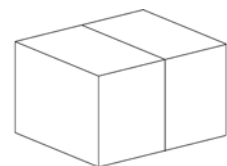


Fig. 2



Masse in cm

8	20	6

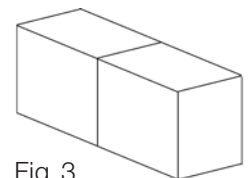


Fig. 3

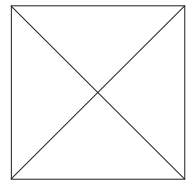
Eher anspruchsvoll

Ein Quader mit den Kantenlängen 8cm, 10cm, 12cm wird in vier gleiche Teilquader zerlegt.

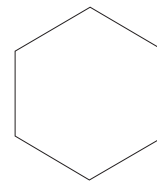
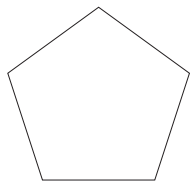
Welche Kantenlängen können die Teilquader haben?

B) Erforschen und Argumentieren*Eher einfach*

Das Viereck hat 2 Diagonalen. Sie teilen das Quadrat in 4 Teile.



Zeichne in den Figuren unten die Diagonalen ein und ergänze die Zahlen.



Das Fünfeck hat Diagonalen.
Sie teilen das Fünfeck in Teile.

Das regelmässige Sechseck hat Diagonalen.
Sie teilen das Sechseck in Teile.

Eher anspruchsvoll

1 Schnitt zerlegt den Kreis in 2 Teile.

2 Schnitte, die sich schneiden,
zerlegen den Kreis in 4 Teile.

Wir legen weitere Schnitte.

- Jeder neue Schnitt soll alle bisherigen schneiden.
- Durch keinen Punkt sollen mehr als 2 Schnitte gehen.

3 solche Schnitte zerlegen den Kreis in 7 Teile.

Ziehe einen 4. solchen Schnitt.

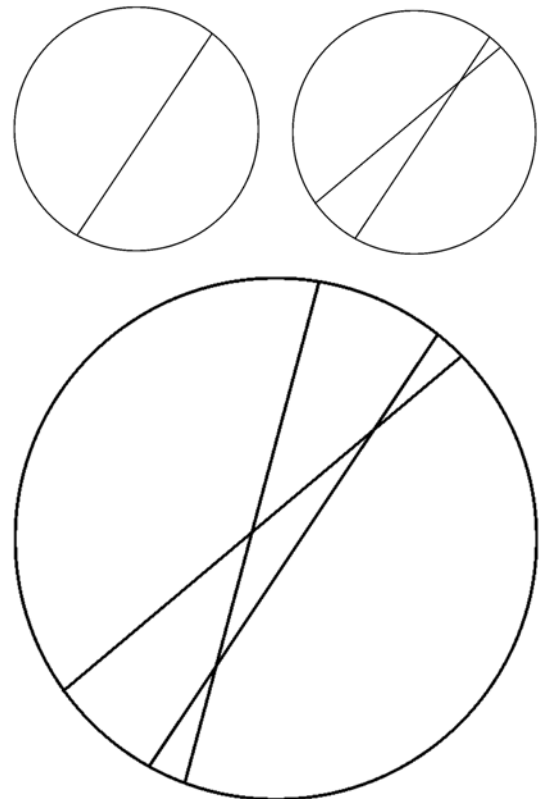
Wie viele Teile entstehen?

Ziehe einen solchen 5. Schnitt.

Wie viele Teile entstehen?

Gib ohne zu zeichnen an, wie viele Teile bei 6, 7, 8 Schnitten entstehen, wenn alle Schnitte sich schneiden und durch keinen Punkt mehr als 2 Schnitte gehen.

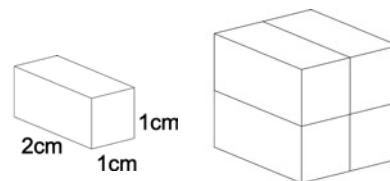
Anzahl Schnitte	Anzahl Teile
1	2
2	4
3	7
4	
5	
6	
7	
8	



C) Mathematisieren und Darstellen

Eher einfach

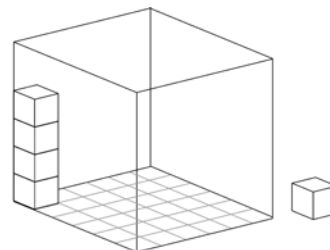
Vier derartige Klötzchen kann man zu einem Würfel zusammensetzen.



Mit welcher anderen Anzahl solcher Klötzchen kann man ebenfalls einen Würfel bauen?

Eher anspruchsvoll

Ein $6 \bullet 6 \bullet 6$ -Würfel soll aus 4er-Stangen gebaut werden. Wenn es nicht aufgeht, darf man am Schluss noch mit 1er-Würfelchen auffüllen.



Wie viele 1er-Würfelchen braucht man?

3. Grössen, Funktionen, Daten und Zufall

A) Operieren und Benennen

Eher einfach

1000 A4-Blätter wiegen 5kg. Fülle die Tabelle aus.

Anzahl	16	50		250		1000	5000	10000
Gewicht in g			500		2000	5000		

Eher anspruchsvoll

Ein gängiges Format für Bilderrahmen ist 3:4, das heisst: Die Breite ist $\frac{3}{4}$ der Länge. Ein 60cm langer Rahmen ist also z. B. 45cm breit. Fülle die Tabelle.

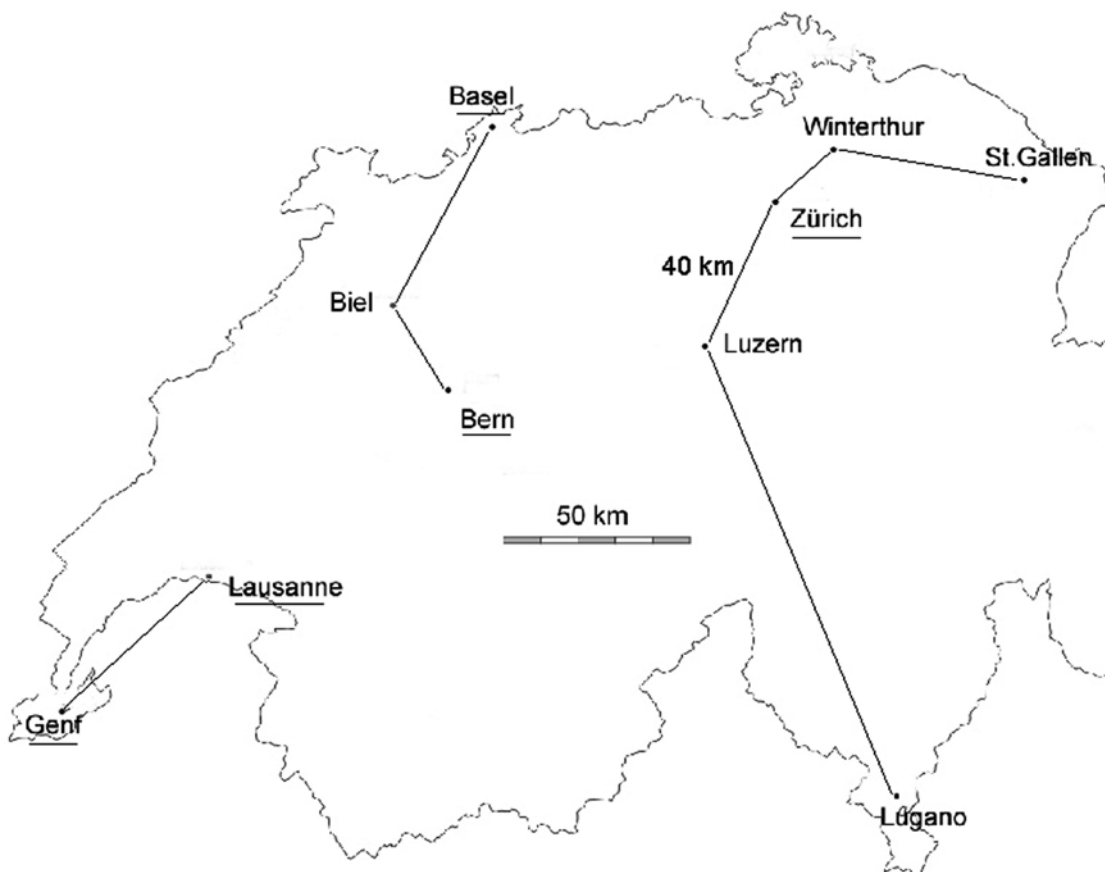
Länge in cm	60	80		120		48	24	
Breite in cm	45		75		120			24

B) Erforschen und Argumentieren*Eher einfach*

Ein Eisverkäufer bietet 5 Aromen an. Man kann Glacen mit einer Kugel haben oder mit zwei Kugeln. Wie viele verschiedene Glacen kann man kaufen?

Eher anspruchsvoll

Ein Eisverkäufer bietet die Aromen «Vanille», «Chocolat», «Erdbeer», «Mango» und «Kokos» an. Man kann zwei oder drei Aromen kombinieren und das Eis im Becher oder im Cornet beziehen. Auf wie viele verschiedene Arten kann man bei diesem Verkäufer Eis kaufen?

C) Mathematisieren und Darstellen

In dieser Karte sind die 10 grössten Schweizer Städte eingetragen. Die Namen der 5 grössten sind unterstrichen.

Eine Linie verbindet jede Stadt mit der ihr am nächsten gelegenen (Luftlinie).

Beispiele: Winterthur liegt am nächsten bei Zürich. Luzern liegt auch am nächsten bei Zürich. Darum gehen von Zürich 2 Linien aus.

Eher einfach

Miss die Distanzen zwischen den Städten und schreibe sie auf 10 km gerundet an.

1mm auf der Karte entspricht 2 km in Wirklichkeit.

Berechne für die 10 grössten Städte den durchschnittlichen Abstand von der nächsten Stadt.

Eher anspruchsvoll

Miss die Distanzen zwischen den Städten und schreibe sie auf 10 km gerundet an.

Berechne für die 10 grössten Städte den durchschnittlichen Abstand von der nächsten Stadt.

Löse die gleiche Aufgabe für die 5 grössten Schweizer Städte. Trage die Verbindungslinien selber ein.

